Les Francs Bourgeois - La Salle
Frères des Écoles Chrétiennes

DST 2 de : *Examen 1*	SPECIALITE MATHEMATIQUES		
Date du DST :	**Mardi 16 janvier 2024**	**Durée de l'épreuve :**	**2 heures**
Nom du professeur :	**Mme FAHLAOUI**	**Groupe :**	**1SPE MATHS4**
Matériel autorisé :	• L'usage de la calculatrice graphique avec **MODE EXAMEN ACTIF** est autorisé pour cette épreuve. • L'usage de la calculatrice sans mémoire « type **collège** » est autorisé pour cette épreuve.		
Consignes particulières :	• Ne pas rendre le sujet (pages 1, 2, 3 & 4). • Compléter la page 5 et la rendre avec la copie.		

Exercice 1
Tous les ans, une entreprise envoie son dossier à un expert-comptable pour dresser son bilan comptable. En 2020, celui-ci a pu constater qu'il a consacré 6h15min à l'élaboration du bilan comptable. Avec l'habitude, il a pu observer que ce temps d'élaboration diminuait de 20% chaque année. Soit n un entier naturel. On modélise le nombre d'heures passées par cet expert-comptable à l'élaboration du bilan comptable de cette entreprise pour l'année $(2020 + n)$ par une suite (u_n). Ainsi, u_n représente, en heures, le temps passé par l'expert-comptable en $(2020 + n)$.

1. Donner u_0.
2. Déterminer le temps, en heures, que passera cet expert-comptable à l'élaboration du bilan comptable de l'entreprise en 2022.
3. Exprimer pour tout entier naturel n, u_{n+1} en fonction de u_n.
4. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
5. À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année l'expert-comptable mettra moins de 2h.

Exercice 2
Soit f la fonction $x \longmapsto \dfrac{-2x^2 + 6x - 5}{2x - 3}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Donner l'ensemble de définition de f. On note $\mathcal{D}$ cet ensemble.
2. Déterminer les éventuels points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec les axes du repère.
3. On admet que f est dérivable sur $\mathcal{D}$ et on note f' sa dérivée.

   Montrer que pour tout x de $\mathcal{D}$ on a $f'(x) = \dfrac{-4(x^2 - 3x + 2)}{(2x - 3)^2}$.
4. Déterminer les coordonnées des éventuels points de la courbe où la tangente à $\mathcal{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.
5. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisses 0.

Exercice 3

Chaque année, les organisateurs d'une course de montagne proposent trois parcours de difficulté croissante : vert, bleu et rouge.

Les organisateurs ont constaté que 50 % des coureurs choisissent le parcours vert, 30 % choisissent le parcours bleu, le reste des coureurs choisit le parcours rouge.

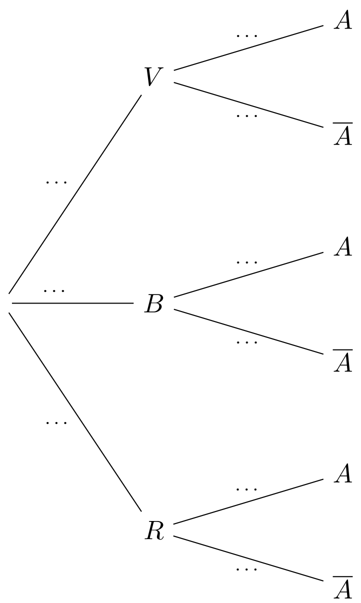
Ils ont également constaté, en observant les années précédentes, que :

- 3,2 % de l'ensemble des coureurs abandonnent la course ;
- 2 % des coureurs du parcours vert abandonnent la course ;
- 5 % des coureurs du parcours rouge abandonnent la course.

À la fin de la course, on choisit au hasard un des participants de telle façon que tous ont la même probabilité d'être choisis. On note :

- V l'évènement « Le coureur a choisi le parcours vert » ;
- B l'évènement « Le coureur a choisi le parcours bleu » ;
- R l'évènement « Le coureur a choisi le parcours rouge » ;
- A l'évènement « Le coureur a abandonné la course ».

1. Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous **sur l'annexe page 5**, au fur et à mesure de l'exercice :



2. Calculer la probabilité de l'évènement $V \cap A$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Un coureur se blesse et abandonne la course. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi le parcours vert ?
4. Démontrer que $P(B \cap A) = 0,012$.
5. En déduire la probabilité $P_B(A)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-2\ ;\ 4\right]$.

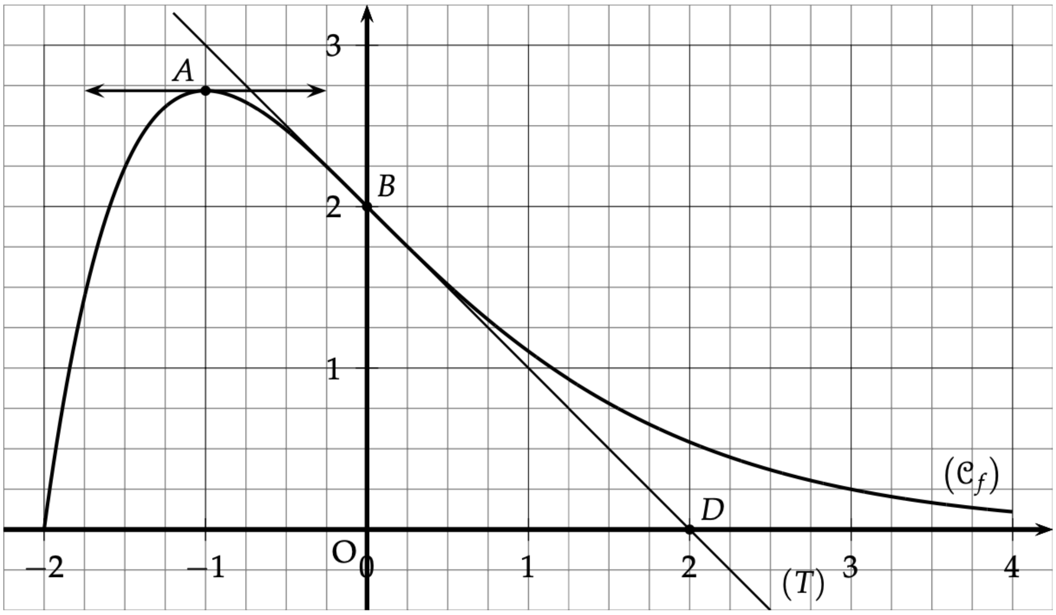
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

La courbe $(\mathcal{C}_f)$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

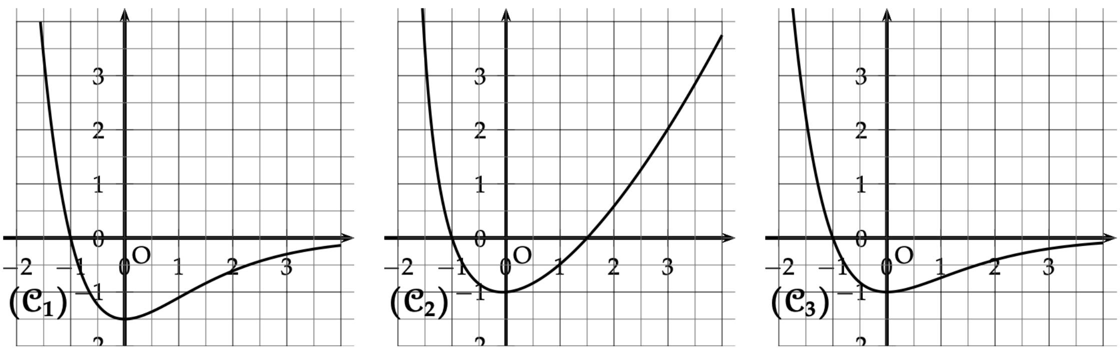
La courbe $(\mathcal{C}_f)$ passe par les points $B(0\ ;\ 2)$ et $A(-1\ ;\ 2,7)$.

Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ passe par le point $D(2\ ;\ 0)$.



1. En utilisant les données graphiques, compléter sans justifier le tableau mis **en annexe page 5** pour répondre aux questions suivantes :
   (a) le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude $0,25$ des solutions éventuelles.
   (b) la valeur de $f'(-1)$.
   (c) le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.
2. Donner sans justifier, dans le tableau mis **en annexe page 5**, la courbe parmi les trois courbes $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_2)$ et $(\mathcal{C}_3)$ données ci-dessous qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f.



3. Donner en justifiant le coefficient directeur de la tangente (T).

Exercice 5
Ce questionnaire à choix multiples (QCM) comprend cinq questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
*Compléter le tableau **mis en annexe page 5** pour donner votre réponse. Aucune justification n'est demandée.*
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou l'absence de réponse ne rapporte ni ne retire de point.

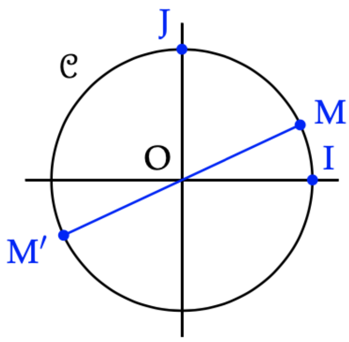
Question 1

$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ est égal à :

a. $\cos(x)-\sin(x)$ **b.** $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ **c.** $\sin(x)$ **d.** $-\sin(x)$

Question 2

On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique.
Soit x un réel strictement positif et M le point de $\mathcal{C}$ associé au réel x.



Alors le point M′, symétrique de M par rapport à O, est associé au réel :

a. $-x$ **b.** $\pi+x$ **c.** $\pi-x$ **d.** $-\pi-x$

Question 3

Parmi les égalités suivantes, laquelle est vraie pour tout réel x ?

a. $\cos(x+\pi)=\cos(x)$ **b.** $\sin(-x)=-\sin(x+2\pi)$
c. $\cos(-x)=-\cos(x)$ **d.** $\cos^2(x)+\sin^2(x)=2$

Question 4

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n=\dfrac{1}{2}n-3$ est :

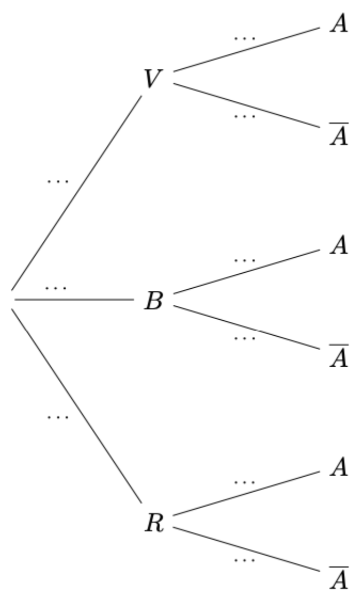
a. décroissante à partir de $n=0$ **b.** croissante à partir de $n=0$
c. ni croissante ni décroissante **d.** croissante à partir de 3

NOM Prénom : **Note :** **/20**

<u>Barème</u> :

Exercice	1	2	3	4	5
Total	4	4	5	3	4

Annexe de l'exercice 3



Annexe de l'exercice 4

Question 1.(a)	
Question 1.(b)	
Question 1.(c)	
Question 2.	

Annexe de l'exercice 5

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4
Réponse				